

《马明斯偶数》

Ian Hacking, 1990

11 由什么样的多数来决定？

巴黎,1835年8月14日。先生们,对一个陪审团决议的概率你们在想些什么?多数意味着7:5。毫无疑问,你们将在结果面前感到震惊。你们会发现误差概率为四分之一。

噢!噢!来自左派的笑声。

我将断定,在陪审团决议的大多数之中,给定多数为八比四,那么便有八分之一为误差所破坏——有八个人就要登上绞架,在确定有罪和无辜方面不存在平均值。

中间派大声表示不同意。长时间的骚动。

先生们,这就是概率演算所给出的结果,并提供了解决问题需要的数据。

又是一阵骚动……发言者被打断了……在每排长凳上的人突然窃窃私语。

新的统计学似乎要成气候了。孔多塞于

1785年将概率论应用于司法问题上。拉普拉斯于1815年就定罪率作出了某些先验的抽绎,司法统计学具有了应用价值,可他的门生泊松却用统计推理将其结论推翻了。有关概率算术和法国陪审团的故事可以简单地分为三个阶段。我们来重复一下:

1785年:没有陪审团,没有经验,没有数据。孔多塞演绎出最佳陪审团为12人组成,这样将以超过10人或10人以上的多数来定罪。但他却偏爱由30人组成的陪审团。^[2]

1815年:法国有了陪审团,还有一些失败的经验,但没有定罪率的数据。法国第一个陪审团采用了孔多塞的规则,但后来他们决定采用简单多数和一种复杂的资格认证制。拉普拉斯推导出简单多数是危险的,而资格认证比不用还要坏。^[3]

1837年:根据七种不同的方案建立各种陪审团。每种都积累了一些经验。有了出版的统计数据。泊松推论陪审团应由简单多数决定。

本章的中心集中在拉普拉斯,下一章则围绕泊松展开,从而形成与我有关自杀统计学前后论述相平行的一对。当然,其中也有本质的区别,因为此处我们关心的是一整套数表,即定罪率,而且还涉及一个确定的问题,即如何为法国设计陪审团。这个问题是由顶尖的数学家来负责的。但是,与有关行为异常规律的漫谈不同,这项工作几乎没有取得任何结果。什么原因呢?因为它是启蒙时期道德科学的最后期望。它确实以一种漂亮的方式利用了新的统计数据,但是它的结论只对孔多塞的思想是靠得住的。

在概率思想的发展过程中,证人、会众和陪审团起过重要的作用。我们倾向于忘却它们为何起作用。因为,它们是达斯顿出色研究中的部分观念,所以我们可以有一种“合乎理性的演

算”^[4]。在实际事务中,我们认为人们会需要概率来计算贸易、保险或赌博中赢钱方面的优势。达斯顿证明博学要比呆板更具有价值,对有关本科目的事项的熟悉要比抽象的算术更为成功。概率也为之一变,成为理性生活的必需。人们要它不仅计算利润而且还要计算真理。证人、会众和陪审团便成为有关本科目的事项。

涉及证人的一个经验问题是:这个人能否靠得住?如果能,在多大程度上靠得住?也许我们以为他的可信度可以用一把数码尺来测量,比如说,他当时说了百分之八十的实话,或者我们以四比一来打赌,赌他现在正讲实话。如果这些数目字有意义的话,人们便可以着手处理逻辑方面的事,处理合并证据的事。但是,这里面存在三类问题。如何将同一事件的不同证人的证词合并起来。然后,如何将一个证人的证据与不同种类的证据合并起来,比如说将天气、轮盘赌的结局或去东印度群岛的航行概率合并起来?^[5]最后,如何将一连串证人证言合并起来?即某个具有一定可信度的证人告发另一个也具有非完全可信度的证人的证词。

在概率的早年,是第三个问题,即一连串证人的问题,引起了人们的注意。但对我们而言似乎是最不重要的一个问题,原因部分在于习惯法传统不包括传闻证据。那么它为什么曾经起过作用呢?这是因为理性的光辉所致。有教养的公民准备默认最低限度的启示,不会有更多。迷信和奇迹可能会迷惑大众,但是具有理性的人们不得不依赖自然神学。有关启示的可资利用的涉及可信度的文献非常多。休谟的“论奇迹”仍然是公认的,而且有人坚称贝叶斯的著名论文——现代贝叶斯统计推理的前身——便是部分地回应休谟的结果。对于我们,奇迹的问题仅

仅是一种好奇心;它曾经是一件生与死后的紧迫事务。而概率则是一张盾牌,一个理性的人可以用这张盾牌来保护自己免受宗教狂的打击。同样,关于投票系统的问题依然呼唤着具有独创性的天才,但是在日常生活当中,他们几乎无法支配我们。我们炮制出有关投票的种种有趣的难题和悖论,我们与那时的人形成多么鲜明的对比,那时的人要将其政府及其司法体系建立在自我意识的理性原则之上。

陪审团是一个通过投票表决的小团体。如何投票?这当中有三个主要变量。首先,对陪审团有多少选择?在英国的刑事审判体系中,有两种选择,有罪和无罪。在苏格兰体系中,有三种,即有罪、无罪和未证明。其次,陪审团将有多大?传统的英国陪审团有12人,苏格兰则有15人。第三,陪审团表决由什么样的多数才能决定?英国的陪审团以前必须达到无异议决定(今天有10人多数就够了)。

18世纪法国的鼓吹者见到陪审团可以作为一种武器来反对任意监禁。他们只知道有一种模式可以效仿,那就是英国的,但是并没有任何传统或情感的纽带使其神圣不可侵犯。白手起家不容易,一个理性的人如何才能设计出一套陪审团体系呢?孔多塞确立了一套可供讨论的框架。其中有一个道德选择的成分。我们对一个陪审团正确定罪的信心是什么样的?对一个陪审团宣布无罪的信心又是如何呢?这两个问题在本质上是不同的。据称在乱世之际,人们想要确定没有放过任何坏人,而在和平时期,人们可以允许自己有道德良心,并且想要确定没有使无辜被定罪。但是,孔多塞坚称,在当两种泾渭分明的误差概率固定之后的既定道德抉择之中,人们可以诉诸道德数学,并计算出最佳的陪审团体系。孔多塞看到了在攻击先验问题当中的无谬

论结局。

在1789年的《条约》(Convention)的头几款中,要求设立陪审团成为最重要的事,而1791年的宪法便将陪审团写了进去。在英国,控罪曾经要有一个大陪审团,在大陪审团中由八位公民来确定是否有足够的证据来使一件案子上法庭审理。这个陪审团在1688年光荣革命后便不复存在了。然后是小陪审团,或称评定事实陪审团,由12位公民组成,他们先听证然后投票表决嫌疑人是否有罪。定罪需要10票多数。

这一法律大半要归功于孔多塞。他曾坚持认为英国人要求在陪审员中达成无异议是不合理的。在法国法律史中,几乎从来没有一个人相信你可以指望12个人都达成一致。英国法律系统的成功被认为是虚构的。陪审员可以宣布决定是无异议的,但在实际上,少数只不过作出了让步而已。孔多塞以为,坦诚达成无异议决定是不可能的要比英国式的虚伪更好。

他认为10:2的多数投票对定罪足够了(尽管他偏爱由30个陪审员组成陪审团)。然而,误判是不可避免的,所以应当废除死刑。“死刑是惟一一种使不公正绝对无法挽回的刑罚;从这一点可以推定,死刑的存在暗含着使人们暴露于犯一种无法挽回的不公正的错误;从这一点可以推定,死刑的设立是不公正的。这一推理对我们似乎具有一种示范的力量。”^[6]可是没人注意他的话。

陪审团在乱世并没有那么顺心如意。1790年4月30日陪审团问世了,由12人组成,10人多数。但是,其规则不到一年便修订一次。必要的多数改了再改,甚至还有一段不长的时间尝试过无异议表决。投票的方法也是定期改变,从完全公开的个人陪审员投票(当众将一个彩球放到一个彩罐中)到秘密的无

记名投票(多数的比例保密)。召集陪审员的方法也经常改动。而且在恐怖时期有人民法庭。

这些变化不仅受到左右摇摆的意识形态的刺激,而且还有实际操作上的困难:绑匪在农村非常猖獗,而且匪徒恐吓那些不得不当众投票的可怜陪审员。1798年匪患问题轻而易举地解决了。他们要受到特别法庭的审判。该庭由一位庭长、两位法官和五位特别的被指定人(其中三人为军官,两人为有身份的公民)组成;他们均由第一执政官任命。

这样,陪审团的问题便迫在眉睫了!对哲学家而言,英国不再是自由的典范;这个国家变成了反动的而且成了前所未有的背信弃义的宿敌。^[7]到了1799年:“陪审团的结果可以从英国人所发生的事情来判断——没有一个国家的警察比英国的更糟糕,没有一个国家的个人安全比在英国更得不到保障”。^[8]

动荡和改革的结局是1808年的法典。尽管法典是永久性的,但陪审团却是法国法律体系中最不稳定的因素之一(直到今天依然如此)。1808年,简单多数通过就可定罪,当时尚需要讨论资格认证的问题。每一次政治风波都对陪审团产生影响。1831年3月4日的法律要求12个陪审员中有8个通过的多数便可定罪。在1836年5月的法律之前,还有两种关于陪审团的法律,它们重新确立了简单多数的原则,这期间不知有多少慷慨激昂的言辞,就像我们章首辞所表明的那样。^[9]

拉普拉斯坚称1808年的体系是有缺陷的。当一个陪审团以简单多数的原则定罪,比如说7:5的简单多数,那么误差机会差不多就是1/3;一个“令人感到恐怖的”数字!(他的计算使其成为2/7,还不像1/3那样糟,但比阿拉哥的1/4要糟一些)。该法典也承认这个问题,因为它具有二个层次的法庭。有一个较高

级的法庭,其中有五名法官。陪审团给出其评决。据 351 款的规定,当陪审团的评决是以 7:5 分配时,五名法官的法庭可以对案件进行复审。此时不得不二读评决以达成谅解:倘若陪审员中少数的意见得到多数法官的同意,那么所有法官和陪审员的无罪表决加在一起而超过有罪表决时,那么陪审团的意见便被驳回。

大约在 1815 年前后,这些事情促使拉普拉斯认真反思各种陪审团的问题。⁽¹⁰⁾根据他的分析,证言的概率是证人的一种癖好——有些具有欺骗性、其他的具有可证实性,他们的意见只有当有根有据时才是可靠的。概率与所证实的东西的性质无关。他终于见到陪审员在一个案子中可能会比在另一个案子中更可靠一些,因为证据的质量因案件的不同而异。因而,拉普拉斯将陪审团的无异议的事实作为关于案件本身的证据。它表明案件是清晰的,因此精心挑选的陪审员是可以信赖的。另一方面,陪审团的评决以 7:5 分配的事实便是证明该案件是棘手的,甚至使不偏不倚的陪审员也靠不住。因而,拉普拉斯以为每位陪审员都具有某种先验的可靠性,这种可靠性可由概率来测定。那么,就不得不对陪审员后验的可靠性进行评价,不论陪审团的评决是无异议还是以 7:5 分配。

拉普拉斯作了三个假设。首先,被控有罪的概率为 1/2。其次,陪审员的先验可靠性介于 1/2 和 1 之间。为什么呢?如果我们认为它小于 1/2,那么我们宁愿去掷硬币而不用陪审员。然后,拉普拉斯假定陪审员的可靠性先验地均匀分布在 1/2 和 1 之间(在那一区间的任何数值好像与其他数值一样可靠)。

最后,我们不需要根据个别的陪审员来分析可靠性,但可以假定一个平均的可靠性。根据这些假设进行的计算是直接

的。⁽¹¹⁾结论是由 n 个陪审员组成的陪审团的无异议的可靠性为 $(1/2)^{n+1}$ 。不会有比这更好的例子了,我们可以想像帽子下面会有一只先验的小兔子。下面便是拉普拉斯的结论列表:

| 陪审团分配比例 | 误差的机会 |
|---------|--------|
| 12:0 | 1/8192 |
| 9:3 | 约 1/22 |
| 8:4 | 约 1/8 |
| 7:5 | 2/7 |
| 5:3 | 约 1/4 |
| 9:0 | 1/1024 |
| 112:100 | 约 1/5 |
| 501:500 | 约 1/2 |

当陪审团定罪评决以 7:5 分配时,有 2/7 无辜的概率。这个概率可太高了:让人感到恐怖。因此,拉普拉斯反对由简单多数来定罪。由 12 人组成的无异议陪审团是安全的,也许过于安全了。拉普拉斯建议我们的努力目标是误差率千分之一,所以由 9 人组成的无异议陪审团是合适的。

他还考虑了一种由 8 人组成的陪审团:即由拿破仑为惩治匪徒设立的特别法庭。根据拉普拉斯的方法,由 144 人组成的陪审团以 90:54 分配(误差概率为 1/773)时,被告的机会要好于无异议的 8 人特别法庭(误差概率为 1/512)。八名陪审员中仅有五名的多数时,每次的错误约为四分之一。

从拉普拉斯的计算来看,第 351 条款是可怕的。比如陪审团由勉强多数 7:5 来定罪。而五名法官刚好未能推翻陪审团,譬如三名投无罪票,两名投有罪票。那么整个投票的结果便有

九名投有罪票,八名投无罪票,有罪评决依然成立。

根据拉普拉斯的分析,由双重体系定罪要比第一法庭的裁决更不可靠。在由17人组成的群体中,多一名的多数所表明的是更多的分歧,以及更复杂的案情,因此这种判决比由12人组成的陪审团的多两名的多数更不可靠。^[12]官方似乎从未对此感到兴趣。格尔贡在其刊物中重复了所有的论证,他所办的刊物是当时重要的数学期刊。他说他在数月之前便将其呈送司法部了,可他们连个收条都没返回。^[13]司法部有充分理由对此无动于衷。这些推导都是纯理性的,未经经验的约束。在过渡到泊松采用经验数据之前,我将插入一段佚闻。

在欧拉如日中天期间,没有比圣彼得堡还要重要的数学中心了,但它却走向了没落。它的恢复多亏了奥斯特洛格拉德斯基,一位小人物,却是发起人和推动人,他为彼得堡概率学派未来的辉煌争得了一席之地。^[14]他为拉普拉斯推理的特点深深打动了,现在对我们来说,这完全属于“直觉”。^[15]以12:0分配的陪审团所表明的同样是绝对多数,正如112:100一样。拉普拉斯发现前者要可靠得多,因为由第二组陪审员所表示的不同意见表明它所遭遇的是证据不足。奥斯特洛格拉德斯基不同意这一点,认为112:100的陪审团与12:0多数刚好一样可靠。他提到英国上院审理贵族案件的情况。在那种情况中,陪审团由大约600名贵族组成来审理他们其中的一员,奥斯特洛格拉德斯基认为,当贵族们以12人的微弱多数评决有罪时,与普通人的12:0的结果一样可靠。^[16]

对于我们来说,奥斯特洛格拉德斯基显然是错误的。但拉普拉斯却在其著名的《论概率的哲学》一书中费了好几页来进行论证,认为212:200要比12:0不可靠。他没去想一下读者会发

现这是显然的。这仅仅是随着岁月流逝而产生的牢不可破的“直觉”。另外,拉普拉斯还有一点数学秘密。他那单纯的假设——所有的陪审员的(未知的)先验可靠性都是相同的(听起来好像仅仅是一种数学上的方便),不曾被注意到。奥斯特洛格拉德斯基发现,如果没有这个假设,并大致遵循拉普拉斯的推理,你也可以推导出212:200的陪审团和12:0的陪审团一样可靠!

我以为,奥斯特洛格拉德斯基是第一位没有把概率描述为0和1之间一个数的数学家,而是把它说成是一种“上限和下限的概率”,如一个区间 r_* , r^* ,其中 r_* 为概率的下限,而 r^* 则为上限。^[17]然后,他不去假定所有的陪审员有一个未知的先验可靠性 r ,而是允许每个陪审员可以有一个不同的未知的先验可靠性,并坚持认为对所有陪审员只有一个共同的上限和下限的可靠性。

让我们感到大吃一惊的是,这种假定要比拉普拉斯的更有道理,它维护了简单多数评决的原则。当多数超过少数的量为 d 时,而且一个个别的陪审员的可靠性介于 $1/2$ 和1之间,陪审团正确的概率便是 $1/(3^d + 1)$ 。用数字表示如下:^[18]

| 陪审团分配 | 误差的概率 |
|----------------|-------------|
| 7:5 | 1/10 |
| 8:4 | 1/82 |
| 12:0 和 112:100 | 约 3^{-12} |

奥斯特洛格拉德斯基于 1834 年将他的论文寄给了泊松。泊松承认收到了俄国人的论文,但我们不知道他对该文的想法是什么。翌年,泊松拿出自己关于陪审团体系的分析。

拉普拉斯发现一个“让人感到恐怖的”体系,因为该体系在处决人时的误差机会差不多有百分之三十。泊松已经是一位老人,他曾因过于年轻而体会不到来势迅猛的革命气息(1789 年他才八岁),而当他开始考虑大革命后的陪审团的时候,已经是 1830 年了。他并不在乎每七个由多数评决而遭处决者当中有两名是无辜的。他写道,我们可以从新司法部的统计数据中进行推理,法国的陪审团只有百分之七是简单多数,所以司法体系的误差净增长是非常小的,几乎可以忽略不计。但是,这仅仅是论证的开始。拉普拉斯没有任何统计数据;而泊松则有。他推导出误差的概率并不像拉普拉斯假定的那样大。从真实的经验误差概率来看,7:5 的评决与拉普拉斯计算的 8:4 的评决是一样的。所以,如果你喜欢基于拉普拉斯 8:4 的陪审团评决,那么就应该喜欢 7:5 的陪审团评决。

因此,1835 年底,泊松肯定了下院于 8 月 19 日恢复了简单多数的评决原则是明智之举。他关于陪审团的著作于 1837 年出版,那是一部具有保守观点的数学辩白。泊松的数学之优雅无与伦比。然而,其目的是信息与控制的实施。与数学辩白一样,它更是一部政治辩论。

注 释

[1] 物理学家阿拉哥,同时也是下院的极左派议员。在下院要通过的法案是对陪审团规则的修正案,在当时要求具有 8:4 的多数。人们要求简单多数,而陪审团将不公布每次投票表决的票数。这部分法案于 8 月 19 日通过,并于 1836 年 5 月 13 日成为法律。阿拉哥从孔多塞和拉普拉斯那里拿来了有关误差的差异。他有数次插话以澄清他的立场和他的算术,都被表示憎恶的喊叫声所淹没。“如果我的计算那么容易就被反驳了,我也就不会连续被打断。喊叫不是理性的。”

《议会档案》(Archives parlementaires),第二系列,1800—1860 年,第 98 卷(1898)第 353 页起。辩论的记录始于第 271 页,夹杂着其他事务,一直持续到第 432 页。阿拉哥关于发言被打断的抱怨在第 347 页。章首辞所引的语句并不连贯,却是按顺序取自阿拉哥充满激情的长篇演说。评语为官方报道者所作。然而,我对记录进行了修改。《档案》记载阿拉哥在第二次陈述中说 7:5 简单多数的表决的误差机会为八分之一的说法有误。我以为他所说的是 8:4,理由有三:(1)在不同的三天中的不同的四次场合,他说在 7:5 的表决中的误差机会约为四分之一;(2)他说他是指拉普拉斯;拉普拉斯的结果是对有误的 7:5 的表决,结果要优于 2/7;拉普拉斯在 8:4 的表决中的误差为 1/8;(3)当他就 7:5 的表决进行陈述时,他的左派支持者欢快地大笑起来,但是当就 8:4 的表决进行陈述时,整个中间派处于一片喧嚣声中。我认为第三条理由表明,是下院的报道而不是阿拉哥弄错了;如果是阿拉哥的口误,也就不会有一片喧嚣之声。

[2] 孔多塞:《论多数表决中概率分析的应用》(Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix)(巴黎,1785)第 cxi 页和第 267—304 页。

- [3]拉普拉斯:《概率分析理论》(*Théorie analytique des probabilités*)(巴黎,1815)第520—530页。这部著作是1814年版的增订本;见《全集》(*Œuvres complètes*)(巴黎,1878—1912)第7卷第520—529页。
- [4]达斯顿:《启蒙时期的经典概率》(*Classical Probability in the Enlightenment*)(普林斯顿,1988)。
- [5]沙弗尔曾证明这种证据的排列组合是对伯努利《猜度术》(*Ars conjectandi*)的积分,第四部分:《伯努利和兰伯特工作中的非加性概率》(*Non-additive Probabilities in the Work of Bernoulli and Lambert*),《精确科学史档案》(*Archive for the History of Exact Sciences*)第19卷(1978)第309—370页。亦见《‘贝叶斯’调节规则的两个论证》(‘Bayes’ Two Arguments for the Rule of Conditioning),《统计学年刊》(*Annals of Statistics*)第10卷(1982)第1075—1089页。关于他本人的解决方案,见《概率和证据》(*Probability and Evidence*)(普林斯顿,1976)。参阅哈金:《合并证据》(*Combining Evidence*),载斯坦隆编:《逻辑和语义分析……》(*Logical and Semantic Analysis: Assays Dedicated to Stig Kanger on his Fiftieth Birthday*)(多德雷赫特,1974)第113—124页。
- [6]孔多塞:《论多数表决中概率分析的应用》第cxxvi页和第241页。
- [7]一位向促成1808年《法典》证言诸卷供稿的来自尼姆的法官对大不列颠评论道:“那个国家的犯罪图景变化万千,它可以用暗杀和鼠疫来挫败对手,它可以迫使人们撕毁庄严的条约,所以不应诱使我们在刑事审判程序中采纳那个国家的体系。陪审团并没有使人变得更好;如果回忆一下游客告诉我们的情况就明白了,没有任何一个欧洲国家的抢劫,尤其是在公路上的抢劫,要比这个岛国更频繁,更有组织。”
- 《有关刑法规程……》(*Observations des cours d’appel sur le projet de Code Criminel*)(巴黎,共和十三年)第7页。
- [8]在共和十年法兰西研究院评定了一篇获奖论文:《完善法兰西陪审团的方法是什么?》(What are the means of perfecting the jury in

- France?),这是一个回应。引自埃斯迈因:《大陆刑法程序史……》(*A History of Continental Criminal Procedure with Special Reference to France*),辛普森英译(伦敦,1910)第471页。
- [9]直到1848年3月6日之前,简单多数原则一直维系着,此后法律将多数确定为12:9。10月18日又改回为12:8。1853年6月10日又一次实行简单多数。在撰写当前这种有争议的法兰西模式文本的时候,是九名陪审员与三名法官共同投票,并以秘密投票的方式决出简单多数。
- [10]对拉普拉斯而言,所有这些没有一样是显而易见的。在他的《分析理论》(*Théorie analytique*)第50节中,法庭的决议被化为合并证人的问题。他那大名鼎鼎的《论概率的哲学》(*Philosophical Essay on Probabilities*)1814年的初版中根本就没有证人那一节。在同年出的第二版中,才加进了这么一节,即《分析理论》第50节的一个摘要,它是这样说的,“法庭的裁定可以化为证言,这是考虑到每位法官都是证人,他可以证明自己讲的是真话。”这段结束语不久被取消了,而在1816年第三版的《论概率的哲学》中,人们会发现我不久将描述的结果。完整的论证于1816年在《分析理论》的第一次增补版中给出。紧接着是对第351条款的非正式的批判,这段批判最初是在1816年11月15日的一本小册子中发表的。这些结果通过拉普拉斯的学生和普及者拉克鲁瓦而广为传播。
- 《论概率的哲学》(*Essai philosophique sur les probabilités*)(第二版,巴黎,1814)第85页。我所说的第一版是指该书1814年作为导言所出版的那一部。《论概率的哲学》(第三版,巴黎,1816)第159页。拉普拉斯:《关于刑法规设计指南》(*Sur une disposition du code d’instruction criminelle*)(巴黎,1816),于11月15日作为一本单独的小册子发行。见国家图书馆Fp. 1 187及《全集》第529—530页的注释,第7卷:第529页起。拉克鲁瓦《概率演算初步》(*Traité élémentaire du calcul des probabilités*)(巴黎,1816)第241—245页;

有关第 351 条款的注记在该书第二版的一个脚注中予以讨论(巴黎, 1822)。

- [11] 有关细节见哈金的文章:《正义的历史模式:最佳的陪审团体系在概率上是什么?》(Historical Models for Justice: What is Probably the Best Jury System?),《认识论》(Epistemologia)第 6 卷(1984)第 191—212 页。程序如下:首先,得到条件概率,即陪审团 $i:n-i$ 的分配比例是正确的,设某陪审员的未知平均可靠性为 r ;其次,求出陪审团 $i:n-i$ 的分配比例的条件 r 的概率密度;第三,将上述两步的结果相乘以求出正确表决的概率密度,其条件为 $i:n-i$,假定的 r 在 $(1/2, 1)$ 之间均匀分布,并将其求和。在拉普拉斯那里通常的情况是这样的,一种表面上合理却无逻辑关联的假定,即 r 处于 $(1/2, 1)$,便是整个简易积分的基础。此时,我们有

$$\text{概率(正确} / i:n-i) = \frac{1}{2^{n-1}} \sum_{j=0}^{i-1} \frac{(n-1)!}{(n-1)!(n+1-j)!}$$

- [12] 拉普拉斯的方法从定量的角度证明,当陪审团评决嫌疑人有罪时以 7:5 分配,误差率为 0.28。但是,当陪审团先以 7:5 投票表决作出有罪评决时,五个法官则有三个会作无罪评决,而有两个会作有罪评决,其结局(有罪评决的总比例为 9:8)在当时的可靠性仅为 63%。通过以上的公式,3:2 的法院判决的概率的正确性为 0.59,而 7:5 的陪审团评决的概率的正确性为 0.71。法院与陪审团这两方被假定为相互独立的。如果嫌疑人是有罪的(陪审团评决的概率为 0.71)而法院的两名少数是正确的(概率为 0.41)或嫌疑人无辜而法院方的三名是正确的(概率分别为 0.29 和 0.59),就会出现有罪评决。因而,有罪评决的无辜比例为:

$$(0.29)(0.59) / \{(0.29)(0.59) + (0.71)(0.41)\} = 0.37, \text{甚至比 } 0.28 \text{ 还要糟。}$$

- [13] 格尔夫:《有关刑律典几个设计的批判性检验》(Examen critique de quelques dispositions de notre code d'instruction criminelle),《纯粹与应用数学年刊》(Annales de mathématiques pures et appliquées)第 9

卷(1816)第 306—319 页。

- [14] 有关这一学派的研究及其对概率的数学理论的贡献,见梅斯特洛夫的著作:《概率论:历史回顾》(Probability Theory: A Historical Sketch),科兹英译(纽约,1974)。
- [15] 奥斯特洛格拉德斯基:《法庭误差概率文摘》(Extrait d'un mémoires sur la probabilité des erreurs des tribunaux),《圣彼得堡科学院通报》(Mémoires de l'Académie de Saint - Petersburg),系列 6,第 3 卷(1838)第 xix - xxv 页。
- [16] 奥斯特洛格拉德斯基在非正式的场合下坚称,由三人组成的陪审团的 2:1 的评决与一个人组成的陪审团“无异议”的评决是一样的。因为设(a)三人陪审团的表决结果为 2:1;而(b)陪审团中一位随意选择来的陪审员在另外两位陪审员之前先投了有罪票。在(b)的情形下,有三种可能性:(b1)另两位陪审员同意第一个投票者;(b2)他们都不同意第一个投票者;(b3)他们各有各的主张。(b3)的结果就是(a)。但(b1)和(b2)的情形也依然是可能的。因此,一个投有罪票的陪审员在逻辑上等于是一种选言推理:或者三个陪审员都投有罪票,或者一个或者另外两个中的另一个同样可能选择无罪票(相互抵消)。这样有罪评决(2:1)与有罪评决(1:0)是一样的。通过类比法,12:0 与 112:100 是一样的。对此,人们几乎不知道从哪里开始进行辩驳!但是,根据拉普拉斯的原则,(b1)和(b2)的情形不是同样可能的,即使第一个陪审员投了有罪票;另外,拉普拉斯的理论不适用于(1:0)的“陪审团”。
- [17] 我的意思是他以简明的方式用这样一种象征主义的手法将概率问题进行了描述。正如沙弗尔所证明的,这种描述在伯努利处理证言时也同样存在。
- [18] 有关细节见哈金的文章:《正义的历史模式》。简言之,奥斯特洛格拉德斯基认为,拉普拉斯既不应假定所有的陪审员同样可靠,也不应假定他们的可靠性会超过 $1/2$ 。要作最小可能的假定。假定陪审员 j 的

可靠程度介于 (r_j^-, r_j^+) 区间之内,在 $(0,1)$ 范围之内。假定只有上限和下限对于每个陪审员都是相同的,以及每个陪审员的可靠程度 r_j 是独立分布给不同的 j 。那么,从根本上说,按照拉普拉斯的方法就可以得到非常整齐的结果。设 z 为上限和下限可靠程度之差,则错误的有罪判决的概率为:

$$\frac{(2-z)^d}{(2-z)^d + z^d}$$

12 大数定律

巴黎,1835年11月16日。每个种类的事物都服从我们所谓的大数定律这样一种普适定律。它在乎于此:倘若根据变动不居的机缘观察了非常之多的同类事件,易言之,这些事件没有任何朝着一个方向的系统变化,那么就会发现事件数目之间的各种比率几乎是恒常的。

巴黎,1842年4月16日。大数定律不存在。^[1]

司法部自1826年以后逐年出版年度数据。重点内容是审判和定罪的摘要数字。这些数字使泊松于1837年完成了他的大作,其中他证明了大数定律,并为我们留下了“大数定律”这个短语,至今我们在每一部有关概率的初级读物